BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

2^{x+1} | x^2-2x

$-\infty$ — 0 — $+\infty$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.

b) **(0.8 puntos)** Estudie la monotonía de la función f y calcule el mínimo.

c) **(0.7 puntos)** Calcule $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$.

a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

$\lim\limits_{x\to 0^-} 2^{x+1} = 2$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x^2 - 2x = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) \to$ f no es cta.
tampoco es derivable.

b) $f'(x) \begin{cases} 2^{x+1}\cdot 1 \cdot \ln 2 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

$\cdot \ln 2 = 0$; $2^{x+1} = 0 \to$ No tiene solución.

f': $+$ en $(-\infty, 0)$ $\nearrow$

$-2 = 0 \to \boxed{x = 1}$

f': $-$ en $(0, 1)$ $\searrow$; $+$ en $(1, +\infty)$ $\nearrow$

Min. en $x = 1 \to f(1) = 1^2 - 2\cdot 1 = -1$

$(1, -1)$

c)

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = \int_{-2}^{0} 2^{x+1}\,dx + \int_{0}^{2} x^2 - 2x\,dx = \left.\frac{2^{x+1}}{\ln 2}\right|_{-2}^{0} + \left.\frac{x^3}{3} - x^2\right|_{0}^{2}$$

$$\frac{1}{\ln 2}\int 2^{x+1}\cdot \ln 2\,dx = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$$

$$\int x^2 - 2x\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2}$$

$$\underbrace{\left(\frac{2^{0+1}}{\ln 2} - \frac{2^{-2+1}}{\ln 2}\right)}_{\frac{3}{2\ln 2}} + \underbrace{\left(\frac{2^3}{3} - 2^2 - \left(\frac{0^3}{3} - 0^2\right)\right)}_{-\frac{4}{3}}$$